

4 дәріс

3 ТІК БЕТТЕРДІҢ МАҢЫНДАҒЫ ҮЛКЕН КӨЛЕМДЕГІ ЕРКІН КОНВЕКЦИЯ КЕЗІНДЕГІ ЖЫЛУ АЛМАСУ

Еркін конвекция туралы жалпы мәліметтер, Релей саны. Тік пластина немесе тік құбыр маңындағы сұйықтың еркін конвекциясы кезіндегі жылу бергіштік.

3.1 Еркін конвекция туралы жалпы мәліметтер, Релей саны

Мәжбүрлі қозғалыс қарастырылатын жүйеден тыс сұйыққа түсетін күштің әсерімен жүзеге асады. Мысалы, сұйықтың құбырлар бойынша қозғалысы сорғымен жасалатын қысымның түсіп кетуінің есебінен жүзеге асады. Еркін қозғалыс жүйенің ішіндегі сұйықтың бөлшектеріне түсетін массалық (көлемдік) күштердің есебінен туындайды. Мұндай күштер ауырлық күші, ортадан тепкіш күш және кейбір басқа күштер болып табылады. Гравитациялық күштерден (біркелкі емес жылытылған сұйықтағы термогравитациялық конвекция) болған сұйықтың еркін қозғалысы неғұрлым жақсы зерттелген.

$$\rho \frac{D\vec{w}}{dt} = \rho \cdot \vec{g} - \vec{\nabla} p + \mu \cdot \nabla^2 \vec{w} \quad \text{қозғалыс теңдеуінде гравитациялық күштер көлем}$$

бірлігіне жатқызылған күштің өлшемділігіне ие $\rho \cdot \vec{g}$ мүшесімен есептеледі. Жылу алмасу кезінде сұйықтың температурасы ауыспалы. Сол себепті тығыздықтардың әртүрлілігі, және, осының салдары ретінде, көтеру (түсіру) күші болып табылатын гравитациялық күштің әртүрлілігі туындайды. Сұйықты араластыру бойынша жұмысты ауырлық күші жасайды. Техникалық есептерде қарастырылатын кеңістіктің бір нүктесінен екінші нүктесіне ауырлық күшін жеделдету іс жүзінде өзгермейді. Мұнда біз жылу бергіштікті тек еркін гравитациялық қозғалыс кезінде қарастыратын боламыз.

Сұйықтың еркін қозғалысының жылдамдығын механикалық энергияны сақтау заңынан анықтаймыз (Бернулли теңдеулері):

$$\frac{\rho w_0^2}{2} + \rho gh = \rho_0 gh,$$

мұнда, еркін конвекцияның сипатты жылдамдығы болады

$$w_0 = \sqrt{2gh \frac{\rho_0 - \rho}{\rho}}.$$

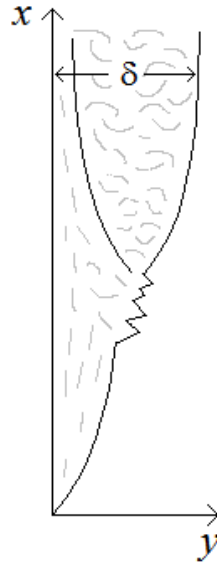
Сұйықтың физикалық параметрлері, температураның сызықтық функциясы болып табылатын тығыздықтан басқа, тұрақты деп есептейтін боламыз $\rho = \rho_0(1 - \beta \vartheta)$ немесе $\rho - \rho_0 = -\rho \beta \vartheta$. Мұнда

$$w_0 = \sqrt{2g \cdot \beta \cdot \vartheta \cdot h}. \quad (3.1)$$

$t = 20^\circ\text{C}$ кезінде, $\vartheta = 20^\circ\text{C}$ және $h = 0,5$ м ауа үшін біз $w_0 = 0,8$ м/с аламыз. Нақты жылдамдық (оның шектес қабаттағы ең жоғарғы мәні тік қабырғаның маңында) аз болады (шамамен 0,06 м/с), бұл конвекция жылдамдығын бағалау кезінде үйкеліс күшін есепке алмаумен, сондай-ақ қабат ішіндегі ауаның қозғалысының неғұрлым күрделі сипатымен түсіндіріледі.

Тек қатты дененің бетінің неғұрлым қарапайым геометриялық пішініне арналған еркін гравитациялық ағысты қарастыратын боламыз (тік пластина, көлденең цилиндр). Сұйықтың көлемі соншалықты үлкен болады деп болжанады, бұл кезде осы көлемде орналасқан басқа денелерде туындайтын еркін қозғалыс қарастырылатын ағысқа әсер етпейді. Мәжбүрлі конвекция кезіндегідей, сұйықтың еркін қозғалысы ламинарлы да, және

турбулентті де болуы мүмкін (3.1-сурет), сондай-ақ үстіңгі беттің маңында (мысалы тік құбыр немесе қабырғалар) шектес қабат түзіледі.



3.1-сурет. Мәжбүрлі конвекция кезінде сұйықтың еркін қозғалысы

Бастапқыда қабаттың қалыңдығы мен ауаның жылдамдығы аз, ағыс ламинарлы болады. Осы аумақтағы жылу бергіштік коэффициенті жылжу шамасына қарай жоғарыда азаяды. Ары қарай ауа ағыны көлденең ауытқуларға түседі және ағыс толқынды болады, ал содан кейін реттелген қозғалыс бұзылады, түзілетін құйындар үстіңгі беттен бөлінеді, ауаның турбулентті ағыны пайда болады.

Сұйықтың үлкен көлемінде болатын дененің маңындағы сұйықтың еркін конвекциясы кезіндегі шектес қабат үшін типтік жылдамдық пен температураның өзгеру сипаты 3.2-суретте көрсетілген. Еркін конвекция кезінде жылулық және динамикалық шектес қабаттар өзара тәуелді болады және оларды бірге қарастыру керек. Ламинарлы шектес қабат үшін [1] тәуелділігі дұрыс

$$Nu_x = F(Pr) \cdot \sqrt{Re_x} . \quad (3.2)$$

Еркін конвекция кезінде қабырғаның тұрақты температурасы жағдайында мәжбүрлі қозғалыс жылдамдығын еркін конвекция жылдамдығымен ауыстыру керек (3.1), бұл ретте

$$\begin{aligned} Re_x &= \frac{x \cdot w_0}{\nu} = \frac{x \cdot \sqrt{g \cdot \beta \cdot \vartheta \cdot x}}{\nu} = \\ &= \left(\frac{g \cdot \beta \cdot \vartheta \cdot x^3}{\nu^2} \right)^{1/2} = Gr_x^{1/2} . \end{aligned}$$

Онда (3.2) теңдеуін төмендегідей жазамыз

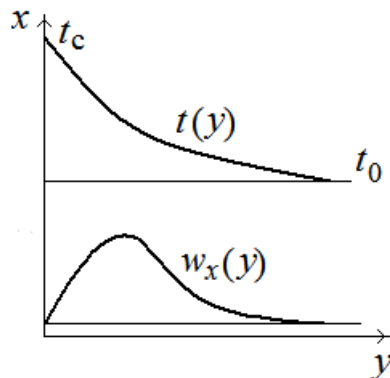
$$Nu_x = F(Pr) \cdot \sqrt{Re_x} = F(Pr) \cdot Gr_x^{1/4} .$$

Егер қабырғада тұрақты жылу ағыны берілген болса $q_c = \text{const}$, онда $\Delta T = q / \alpha$, сол себепті $\alpha \sim x^{-1/5}$, ал Грасгоф саны келесі түрде анықталады

$$Gr_{q,x} = \frac{g \cdot \beta \cdot q_c \cdot x^4}{\nu^2 \cdot \lambda} .$$

Сұйықтың еркін конвекциясын сипаттау үшін Релей саны деп аталатын Грасгоф және Прандтль сандарының көбейтіндісімен алынған мөлшерсіз кешен пайдаланылады:

$$Ra = Gr \cdot Pr = \frac{g \cdot \beta \cdot \vartheta \cdot l_0^3}{\nu^2} \cdot \frac{\nu}{a} = \frac{g \cdot \beta \cdot \vartheta \cdot l_0^3}{\nu \cdot a} .$$



3.2-сурет. Сұйықтың үлкен көлемінде болатын дененің маңындағы сұйықтың еркін конвекциясы кезіндегі шектес қабат үшін жылдамдық пен температураның өзгеру сипаты

3.2 Тік пластина немесе тік құбыр маңындағы сұйықтың еркін конвекциясы кезіндегі жылу бергіштік

Үстіңгі бетінің t_k тең өзгермейтін температурасымен тік пластина (құбыр) сұйықта немесе газда болсын (3.1-суретті қара). Пластинадан (құбырдан) алыста сұйық қозғалыссыз (мәжбүрлі ағын жоқ) болады, ал оның пластинадан (құбырдан) алыстағы температурасы тұрақты және t_0 тең. Есептеудің қарапайымдылығы үшін $t_k > t_0$ қабылдаймыз (алайда алынған нәтижелер дұрыс болады және температуралардың кері арақатысы үшін). Бұл ретте пластинада (құбырда) жылытылған сұйық қабатының көтерілу қозғалысы пайда болады. Пластинадан (құбырдан) алыста жылдамдық бұрынғыдай нөлге тең.

Координаттардың басын пластинаның (құбырдың) төменгі жиегінде орналастырамыз; x осін пластина (құбыр) бойымен бағыттаймыз, y осі – пластина (құбыр) бетіне қалыпты. Пластинаның z осі бойына шексіз деп болжаймыз. Процесс стационарлық.

Пластинаны айналып ағу кезіндегі сұйықтың мәжбүрлі қозғалысы жағдайында, сондай-ақ ерікті қозғалыс кезінде $Gr_x \rightarrow \infty$ (немесе $Ra_x \rightarrow \infty$) жағдайында шектес қабат теориясы дұрыс, ал бұл кезде Gr_x (немесе Ra_x) аз мәндерінде конвективті жылу алмасудың толық теңдеулер жүйесін сандық есептеу қажет. Есептеу нәтижелерін эксперименттік мәліметтермен салыстырады, шешімін нақтылайды және практикада пайдалану үшін жарамды формулаларды алады.

Еркін конвекция кезінде температура өрісі мен жылдамдық өрісі бір біріне тәуелді болады, сол себепті конвективті жылу алмасу теңдеуін бірге қарастырады. Шектес қабат теңдеулерін жазамыз:

$$\begin{aligned} w_x \frac{\partial \vartheta}{\partial x} + w_y \frac{\partial \vartheta}{\partial y} &= a \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial y^2}, \\ w_x \frac{\partial w_x}{\partial x} + w_y \frac{\partial w_y}{\partial y} &= g \cdot \beta \cdot \vartheta + \nu \frac{\partial^2 w_x}{\partial y^2}, \\ \frac{\partial w_x}{\partial x} + \frac{\partial w_y}{\partial y} &= 0. \end{aligned}$$

Польгаузен шектес қабат теңдеулерін екі қарапайым дифференциалдық теңдеулерге түрлендірген, олар сандық жолмен есептеледі [1]. Нуссельт саныны есептеу нәтижелерінен алынады

$$Nu_x = F(Pr) \cdot Ra_x^{1/4},$$

мұнда

$$F(Pr) = 0,6 \left(\frac{Pr}{1 + 2 Pr^{1/2} + 2 Pr} \right)^{1/4}.$$

Алынған тәуелділікті қабырғаның тұрақты температурасы кезінде $10^5 < Gr_x < 10^8$ диапазонында жергілікті жылу бергіштік коэффициентін α есептеу үшін ұсынуға болады. Жылу бергіштіктің орташа коэффициентін орташаны анықтаудан аламыз:

$$Nu_l = \frac{4}{3} Nu_{x=l}.$$

Физикалық қасиеттердің барлық мәндері шектес қабаттың температурасы кезінде таңдалады.

Тұрақты жылу ағыны кезінде $q_k = \text{const}$ жылу бергіштік коэффициенті қабырғаның тұрақты температурасынан 10–15 % жоғары болады. Релей санын келесі формула бойынша анықтайды

$$Ra_{q,x} = \frac{g \cdot \beta \cdot q_c \cdot x^4}{\nu^2 \cdot \lambda} Pr.$$

Жылу бергіштіктің жергілікті коэффициентін критерийлік теңдеуден анықтаймыз

$$Nu_x = 0,615 \left(\frac{Pr}{0,8 + Pr} \right)^{1/5} \cdot Ra_x^{1/5},$$

ал жылу бергіштіктің орташа коэффициенті – келесі критерийлік теңдеуден аламыз

$$Nu_l = 1,22 Nu_{x=l}.$$

Анықтаушы температура, алдыңғы жағдайдағыдай, - шектес қабаттың температурасы, формулалар $Ra_x < 5 \cdot 10^{10}$ және $0,1 < Pr < 100$ кезінде дұрыс.

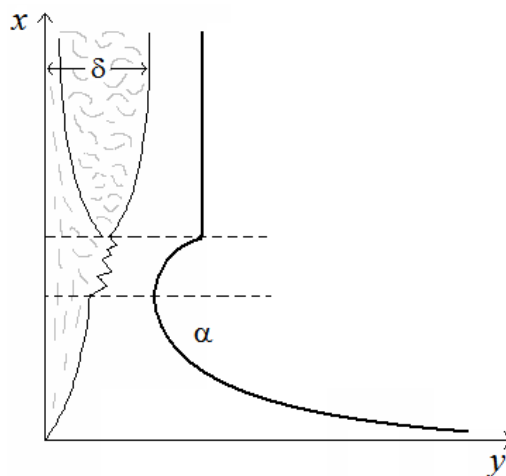
Турбулентті шектес қабат үшін жылу бергіштік коэффициенті іс жүзінде шектес шарттарға тәуелді болмайды және x координатына тәуелді емес:

$$Nu_x = C \cdot Ra_x^{1/3},$$

мұнда тәжірибелік деректерге сәйкес $C = 0,115 \dots 0,15$.

Практикалық есептеулер үшін жылу бергіштіктің орташа коэффициентін анықтау қажет. Пластинада (құбырда) шектес қабатта ламинарлы, ауыспалы және турбулентті ағыс режимдері бар болатын жағдайда, қабырғаның тұрақты температурасы кезінде жылу бергіштіктің орташа коэффициенті келесі жолмен анықталады [1]:

$$Nu_x = C \cdot Ra_x^{1/3}.$$



3.3-сурет. Шектес қабаттың қалыңдығы мен жылу бергіштік коэффициенті

3.3-суретте шектес қабаттың қалыңдығы мен сұйықтың жоғары көтерілетін ағыны үшін қабырғаның биіктігіне тәуелді жылу бергіштік коэффициенті көрсетілген.